



מכון טכנולוגי חולון
Holon Institute of Technology

המחלקה למדעים

מבחן סוף הסמסטר - "פונקציות מרוכבות ואנליזה הרמונית" (20155)

המרצים ד"ר ו. גוטליב, ד"ר ר. גוט, ד"ר א. רוזט

סמסטר א' תשס"ו, מועד ב', תאריך המבחן: 20/03/2006

הוראות:

משך המבחן: 3 שעות (180 דקות).
ניתן להשתמש רק בדפי הנוסחאות המודפסים מאתר המכון באינטרנט ובמחשבון פשוט, לא גרפי.
פתור 4 שאלות בלבד מתוך 5. כל שאלות הן שווה ערך ל-25 נקודות.
אם פתרת כל 5 שאלות, הציון יחושב מ-4 השאלות הראשונות בטופס המבחן.

שאלה 1.

חשב את האינטגרל $\oint_C \frac{z^2 - 4iz - 3}{z(e^{\pi z} + 1)} dz$ כאשר המסלול C הוא:

- (א) המעגל $|z| = 4$ (ב) המעגל $|z - 1| = \frac{3}{2}$ (ג) המעגל $|z - 2i| = \frac{3}{2}$

שאלה 2.

- (א) פתח את הפונקציה $(3z - 2)e^{\frac{i}{1-z}}$ לטור לורן בתחומים טבעתיים או עגולים אפשריים שמרכזם $z_0 = 1$.
(ב) בכל תחום שמצאת בסעיף (א) ציין (כתוב) את מקדמי הטור: c_{-1}, c_0, c_1 .
(ג) מצא את השארית $\text{Res}\left[(3z - 2)e^{\frac{i}{1-z}}, 1\right]$ על סמך תוצאות שקבלת בסעיף (ב)

שאלה 3.

מצא את התמרת פוריה הפוכה לפונקציה $F(\omega) = \frac{1}{(\omega + i)^3 \omega}$.

שאלה 4.

בעזרת משפט השאריות חשב את:

- (א) התמרת Z - (לורן) הפוכה לפונקציה $F(z) = \frac{2z}{1 + 9z^2}$ בטא את התוצאה ללא יחידה מדומה i .
(ב) התמרת פלס הפוכה לפונקציה $F(s) = \frac{3e^{-2s}}{(1 - 3s)^2 s}$

שאלה 5.

חשב את 2 אינטגרלים הבאים:

(א) $PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x dx}{x(4x^2 + 1)}$ (ב) $PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x dx}{x^2(4x^2 + 1)}$

בהצלחה!