הרצאה 11: בדיקת השערות

בהרצאה זו אנחנו נפתח שיטה ל**בדיקת השערות** לגבי פרמטרים שונים המאפיינים תופעות אקראיות.

11.1. דוגמא: מטבע מאוזן או מזויף?

נניח שאנחנו רוצים להבין האם מטבע מסוים הוא מטבע מאוזן או לא. לשם כך מטילים מטבע 100 פעמים ומתוכם ב-42 מהמקרים יצא "עץ". ברור שעבור מטבע מאוזן יש לצפות שב-50% אחוז מהמקרים יצא "עץ" אך במדגם סופי תמיד יש טעויות דגימה... האם תוצאות הניסוי מצביעות על כך שהמטבע מזויף?

11.1.1. השערת האפס והשערה אלטרנטיבית

בכל אחת מהדוגמאות הללו מדובר על **בדיקת שתי השערות סותרות.**

השערה ראשונה נקראת **השערת האפס** ומסומנת ב- H_0.

בדוגמא, השערת האפס היא $H_0 = \{$פרופורצית התוצאות "עץ" $p = \frac{1}{2}\}$.

הערה: השערת האפס תמיד מכילה סימן "שווה", למשל – "$=$" , "$\geq$" או "$\leq$".

לכל השערת אפס אפשר להתאים **השערה אלטרנטיבית** שמסומנת ב- H_A. ניסוח של השערה אלטרנטיבית תלוי בטענה הנבדקת.

בדוגמא, השערה אלטרנטיבית היא $H_A = \{$פרופורצית התוצאות "עץ" $p \neq \frac{1}{2}\}$.

11.1.2. החלטות אפשריות ושני סוגים של טעויות

בבדיקת השערות יש להגיע לאחת משתי ההחלטות האפשריות לגבי H_0:

א. "יש לדחות את H_0 " או

ב. "אין מספיק ראיות כדי לדחות את H_0."

הערה: סטטיסטיקאי אף פעם **לא מקבל את** H_0. הוא יגיד ש"אין מספיק ראיות כדי לדחות את H_0."

קיימים 4 מצבים הבאים:

	מצב הטבע	
H_0 הוא נכון	H_0 הוא לא נכון	החלטה
שגיאה מסוג ראשון (α)	שיפוט נכון	דחייה של H_0
שיפוט נכון	שגיאה מסוג שני (β)	אי דחייה של H_0

כתוצאה, ישנן טעויות של שני סוגים.

<u>**הסתברות לטעות מסוג ראשון:**</u> $\alpha = P_I = P(H_0 \text{ דחיית } / H_0 \text{ נכון})$

<u>**הסתברות לטעות מסוג שני:**</u> $\beta = P_{II} = P(H_0 \text{ אי דחיית } / H_A \text{ נכון})$

11.1.3. שיפוט על פי אזורי דחייה וקבלה וקשר ביניהם להסתברויות α ו- β

לצורך העניין נתבונן בדוגמא. איך אפשר לבדוק את השערת האפס $H_0 = \{$פרופורצית התוצאות "עץ" $p = \frac{1}{2}\}$? ברור שאם מספר N של תוצאות "עץ" בדגימה המכילה 100 הטלות סוטה בהרבה מהמספר הצפוי (שהוא 50), השופט יצטרך לדחות את H_0. הגבול יקבע על ידי השופט: אם $N < 40$ או $N > 60$, אז השופט ידחה את H_0. במידה ו- $40 \le N \le 60$ לא יהיו לשופט מספיק ראיות לדחייה של H_0.

לפי מבחנו, האזור $C = \{0,1,2,\ldots,38,39\} \cup \{61,62,\ldots,99,100\}$ הוא <u>**אזור דחיית**</u> H_0 והאזור $\overline{C} = \{40,41,\ldots,59,60\}$ הוא <u>**אזור קבלת (אי דחיית)**</u> H_0.

מכיוון שהניסוי הביא את $N = 42$ אשר נופל באזור הקבלה של H_0, יצטרך השופט להחליט כי "אין לו ראיות לדחות את H_0."

מהן ההסתברויות לטעויות מסוג ראשון ומסוג שני? מהגדרות של α ו- β עולה ששתי ההסתברויות קשורות לאזורי קבלה ודחייה. מכיוון שהאזורים האלה תלויות אחד בשני, אי אפשר להקטין את α ו- β בבת אחת.

כדי לחשב את ההסתברות לטעות מסוג ראשון, נשתמש בהגדרה:

$$\alpha = P_I = P(H_0 \text{ דחיית } / H_0 \text{ נכון}),$$

ברור שההסתברות לטעות מסוג ראשון קשורה לגודל אזור הדחייה. כדי לחשב אותה, נסמן ב- X את מספר התוצאות בהן יצא "עץ". בהנחה ש- H_0 נכון, מתקיים: $X \sim B\left(n = 100, p = \frac{1}{2}\right)$. אזי,

$$\alpha = P_I = P(H_0 \text{ דחיית } / H_0 \text{ נכון}) = \sum_{k=0}^{39} \frac{C_{100}^k}{2^{100}} + \sum_{k=61}^{100} \frac{C_{100}^k}{2^{100}} = 1 - \sum_{k=40}^{60} \frac{C_{100}^k}{2^{100}}$$

קירוב נורמלי להתפלגות בינומית (ההרצאה מס' 8, סעיף 8.1) מביא:

$$\alpha = P_I \approx 1 - \left[\Phi\left(\frac{60 + \frac{1}{2} - 100 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}} \right) - \Phi\left(\frac{40 - \frac{1}{2} - 100 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}} \right) \right] \approx 2[1 - \Phi(2.1)] \approx 0.036$$

(3.6%).

מהי ההסתברות לטעות מסוג שני? כיוון ש-

$$\beta = P_{II} = P(H_0 \text{ אי דחיית } / \text{ נכון } H_A).$$

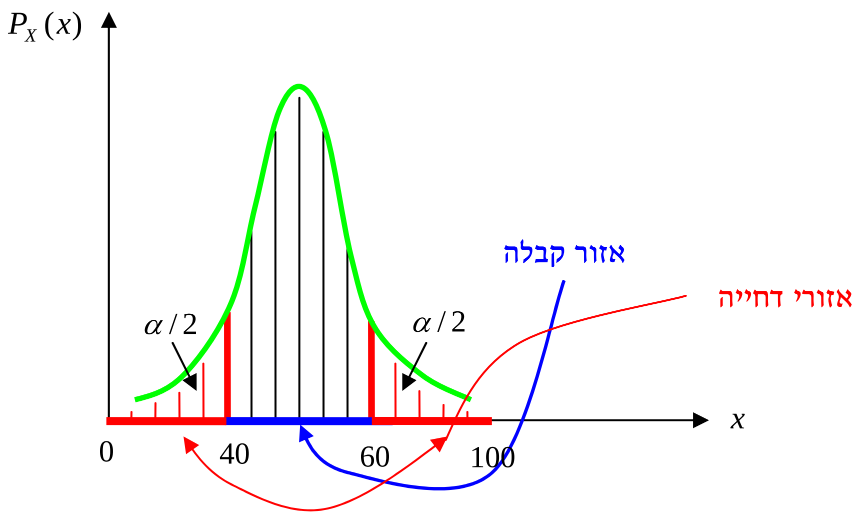
עלינו לדעת מהו הערך האמיתי של $p \neq \frac{1}{2}$. אם p ידוע, ההסתברות שווה ל-

$$\beta = P_{II} = P(H_0 \text{ אי דחיית } / \text{ נכון } H_A) = \sum_{k=40}^{60} C_{100}^k p^k (1-p)^{100-k} = \Phi\left(\frac{60 + \frac{1}{2} - 100 \cdot p}{\sqrt{100 \cdot p \cdot (1-p)}} \right) - \Phi\left(\frac{40 - \frac{1}{2} - 100 \cdot p}{\sqrt{100 \cdot p \cdot (1-p)}} \right)$$

אם למשל $p = 0.6$, נקבל

$$\beta = P_{II} \approx \Phi(0.10) - \Phi(-4.18) \approx 0.54.$$

(54%).



11.1.4. שיפוט וקביעת אזורי דחייה/קבלה על סמך רמת המובהקות α

במקום לקבוע אזורי דחייה וקבלה ישירות, יותר נוח לשלוט על ההסתברות α של טעות מסוג ראשון. נהוג לקבוע את הגודל המרבי של α (הנקראת **רמת המובהקות**) ורק אחר כך למצוא את אזורי הדחייה והקבלה המתאימים.

כדי לעשות זאת בדוגמא עם המטבע, נסמן ב- ε_α את גבול בין אזור הדחייה לאזור הקבלה. יש לדחות את השערת האפס אם מתקיים:

$$P(|p - \hat{p}| > \varepsilon_\alpha) = \alpha.$$

פה p הוא הערך הצפוי של פרופורצית התוצאות "עץ" בהינתן H_0 ($p=\frac{1}{2}$) ו- $\hat{p}$ הוא אומדן לפרופורציה המחושב על סמך n חזרות הניסוי. אם מספר n גדול ($n\geq 30$) מתקיים (ראה את ההרצאה מס' 9, סעיף 9.6):

$$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim N(0,1) \quad \text{או} \quad \hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right).$$

מקבלים:

$$P\left(\left|p-\hat{p}\right|\leq \varepsilon_\alpha\right)=P\left(p-\varepsilon_\alpha \leq \hat{p} \leq p+\varepsilon_\alpha\right)=\Phi\left(\frac{\varepsilon_\alpha\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}}\right)-\Phi\left(-\frac{\varepsilon_\alpha\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}}\right)=2\Phi\left(\frac{\varepsilon_\alpha\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}}\right)-1=1-\alpha$$

כך ש-

$$\Phi\left(\frac{\varepsilon_\alpha\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}}\right)=1-\frac{\alpha}{2}=\Phi\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

ו-

$$\varepsilon_\alpha = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.$$

זאת אומרת כי השופט יצטרך לדחות את השערת האפס אם

$$\left|\hat{p}-p\right| > z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.$$

בתנאי השאלה, אם השופט יבחר ברמת המובהקות $\alpha=0.05$, מקבלים: $z_{\frac{\alpha}{2}}\approx 1.96$, $\left|\hat{p}-p\right|=\left|\frac{42}{100}-\frac{1}{2}\right|=0.08$, $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}=0.05$ ו- $z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\approx 0.098$. כיוון ש- $\left|\hat{p}-p\right|\leq z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$, השופט יצטרך להסיק ש"ברמת המובהקות 0.05 אין לו מספיק ראיות לדחיית H_0". במילים אחרות, בטעות של 5% המטבע מאוזן.

11.2. בדיקת השערות על פרופורציות

11.2.1. מבחן $\begin{cases} H_0: & p=c \\ H_A: & p\neq c \end{cases}$

בסעיף הקודם הגענו למסקנה שעבור שתי השערות סותרות

$$\begin{cases} H_0: & p=c \\ H_A: & p\neq c \end{cases}$$

ורמת המובהקות נתונה α, יש לדחות את השערת האפס H_0 אם

$$Z = \frac{|\hat{p}-c|}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}} > z_{\frac{\alpha}{2}}$$

בהנחה שמדובר על מספר רב של חזרות הניסוי ($n \geq 30$).

11.2.2. מבחן $\begin{cases} H_0: & p=c \\ H_A: & p>c \end{cases}$

אם השערת האפס H_0 היא נכונה, ההסתברות לקבל ערכים של $\hat{p}$ גבוהים במיוחד בניסוי עם n חזרות צריכה להיות הסתברות נמוכה. אם נסמן את ההסתברות הזו ב- α, נוכל לחשב מהו גבול אזור הדחייה:

$$.P(\hat{p}-c > \varepsilon_\alpha) = \alpha$$

מקבלים:

$$P(\hat{p}-c > \varepsilon_\alpha) = 1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon_\alpha \sqrt{n}}{\sqrt{c(1-c)}}\right) = \alpha$$

כך ש-

$$\Phi\left(\frac{\varepsilon_\alpha \sqrt{n}}{\sqrt{c(1-c)}}\right) = 1-\alpha = \Phi(z_\alpha)$$

ו-

$$.\varepsilon_\alpha = z_\alpha \sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}$$

אם הערכים של $\hat{p}$ גבוהים במיוחד ($\hat{p}-c > \varepsilon_\alpha$) נצטרך לדחות את H_0. במילים אחרות, יש לדחות את H_0 אם

$$.Z = \frac{\hat{p}-c}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}} > z_\alpha$$

חישוב זה נכון בהנחה שמדובר על מספר רב של חזרות הניסוי ($n \geq 30$).

11.2.3. מבחן $\begin{cases} H_0: & p=c \\ H_A: & p<c \end{cases}$

אם השערת האפס H_0 היא נכונה, ההסתברות לקבל ערכים של $\hat{p}$ קטנים במיוחד בניסוי עם n חזרות צריכה להיות הסתברות נמוכה. אם נסמן את ההסתברות הזו ב- α, נוכל לחשב מהו גבול אזור הדחייה:

$$.P(\hat{p}-c < \varepsilon_\alpha) = \alpha$$

מקבלים:

$$.P(\hat{p}-c<\varepsilon_\alpha)=\Phi\left(\frac{\varepsilon_\alpha\sqrt{n}}{\sqrt{c(1-c)}}\right)=\alpha=\Phi(z_{1-\alpha})$$

מכאן נובע כי

$$.\varepsilon_\alpha=z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}$$

אם הערכים של $\hat{p}$ קטנים במיוחד ($\hat{p}-c<\varepsilon_\alpha$) נצטרך לדחות את H_0. במילים אחרות, יש לדחות את H_0 אם

$$.Z=\frac{\hat{p}-c}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}}<z_{1-\alpha}$$

חישוב זה נכון בהנחה שמדובר על מספר רב של חזרות הניסוי ($n\geq 30$).

11.2.4. סיכום המבחנים עבור פרופורציה

מבחן	$\begin{cases}H_0: & p=c\\ H_A: & p>c\end{cases}$	$\begin{cases}H_0: & p=c\\ H_A: & p\neq c\end{cases}$	$\begin{cases}H_0: & p=c\\ H_A: & p<c\end{cases}$
רמת מובהקות	α		
התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0	$\hat{p}\sim N\left(c,\frac{c(1-c)}{n}\right)$		
הנחות	$n\cdot\min(c,1-c)\geq 10$		
מציין	$Z=\frac{\hat{p}-c}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}}$		
אזור דחיית H_0	$Z>z_\alpha$	$\lvert Z\rvert>z_{\alpha/2}$	$Z<z_{1-\alpha}$
חישוב הגבול	$\Phi(z_\alpha)=1-\alpha$	$\Phi(z_{\alpha/2})=1-\frac{\alpha}{2}$	$\Phi(z_{1-\alpha})=\alpha$

<u>שאלה 1</u>: רופא נשים נודע יצא בפרסום סנסציוני שמצא תרופה להגדלת הסיכוי להולדת בן זכר. מומחים שהטילו ספק בטענתו לקחו מדגם של 20 נשים, נתנו להן את התרופה ובדקו את פרופורצית הנשים שילדו בן זכר. נמצא כי 15 נשים ילדו בן. האם פרופורציה זו מובהקת? כלומר, האם תוצאות הניסוי תומכות בטענת רופא הנשים?

<u>פתרון</u>

1. מבחן: $\begin{cases}H_0: & p=\frac{1}{2}\\ H_A: & p>\frac{1}{2}\end{cases}$

2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.05$

3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0: $\hat{p} \sim N\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{80}\right)$

4. הנחות: $n \cdot \min(c, 1-c) = 20 \cdot \frac{1}{2} \geq 10$

5. מציין: $Z = \frac{\hat{p} - c}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}} = \left(\frac{15}{20} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{80} \approx 2.236$

6. אזור דחיית H_0: $Z > z_{0.05}$

7. חישוב הגבול: $\Phi(z_{0.05}) = 0.95 \Leftarrow z_{0.05} \approx 1.645$

8. הכרעה: $Z = 2.236 > z_{0.05} = 1.645$ כך שיש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05

9. שיפוט: טענת הרופא מוצדקת

11.3. בדיקת השערות על תוחלת כאשר σ^2 ידועה

במקרים אלה, הגיון בדיקת השערות שונות לא משתנה מכיוון שמדובר על אותה התפלגות דגימה. כתוצאה אנחנו מגיעים לטבלה הבאה:

מבחן	$\begin{cases} H_0: & \mu = c \\ H_A: & \mu > c \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: & \mu = c \\ H_A: & \mu \neq c \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: & \mu = c \\ H_A: & \mu < c \end{cases}$
רמת מובהקות	α		
התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0	$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$		
הנחות	$n \geq 30$ או תצפיות מפולגות נורמלית ללא הגבלה על n		
מציין	$Z = \frac{\bar{X} - c}{\sigma / \sqrt{n}}$		
אזור דחיית H_0	$Z > z_\alpha$	$\lvert Z \rvert > z_{\alpha/2}$	$Z < z_{1-\alpha}$
חישוב הגבול	$\Phi(z_\alpha) = 1 - \alpha$	$\Phi(z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$	$\Phi(z_{1-\alpha}) = \alpha$

שאלה 2: סגל האוניברסיטה הפתוחה רוצה לבדוק אם הוראת סטטיסטיקה בהתכתבות מביאה לתוצאות שונות מהוראת סטטיסטיקה בצורה הרגילה באוניברסיטאות האחרות. ידוע שממוצע ציוני הקורסים "מבוא לסטטיסטיקה ולהסתברות" לפי שיטת ההוראה באוניברסיטאות האחרות הוא $\mu = 67.5$ וסטיית התקן היא $\sigma = 5$. מהניסיון ידוע ששינוי שיטת הוראה יכול לשנות את התוחלת, אך בדרך כלל אינו משנה את סטיית התקן. האם ניתן לומר שההוראה בהתכתבות מביאה לתוצאות <u>שונות</u> מהוראה באמצעות הרצאות פנים אל פנים, אם ממוצע הציונים במדגם של 100 תלמידי הקורס הנוכחי יהיה $\bar{X} = 68.5$?

<u>פתרון</u>

1. מבחן: $\begin{cases} H_0: & \mu = 67.5 \\ H_A: & \mu \neq 67.5 \end{cases}$
2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.05$
3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0: $\bar{X} \sim N(67.5, 0.25)$
4. הנחות: $n = 100 \geq 30$
5. מציין: $Z = \frac{\bar{X} - c}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{68.5 - 67.5}{0.5} = 2$
6. אזור דחיית H_0: $|Z| > z_{0.025}$
7. חישוב הגבול: $\Phi(z_{0.025}) \approx 1.96 \Leftarrow z_{0.05} \approx 1.645$
8. הכרעה: $|Z| = 2 > z_{0.025} = 1.96$ כך שיש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05
9. שיפוט: הוראה בהתכתבות מביאה לתוצאות <u>שונות</u> מהוראה באמצעות הרצאות פנים אל פנים

11.4. בדיקת השערות על תוחלת כאשר σ^2 לא ידועה

במקרים אלה, הגיון בדיקת השערות שונות כמעט ולא משתנה: צריך לקחת בחשבון רק התפלגות הדגימה החדשה – התפלגות-t.

מבחן	$\begin{cases} H_0: & \mu = c \\ H_A: & \mu > c \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: & \mu = c \\ H_A: & \mu \neq c \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: & \mu = c \\ H_A: & \mu < c \end{cases}$
רמת מובהקות	α		
התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0	$\frac{\bar{X} - c}{\hat{S} / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$		
הנחות	תצפיות מפולגות נורמלית ללא הגבלה על $n \geq 2$ או $n \geq 30$ ולא חשוב איך מפולגות התצפיות (במקרה זה יש להחליף את ההתפלגות $t(n-1)$ ב-$N(0,1)$ ואז $t_\alpha(n-1)$ ב-$t_\alpha(\infty)$ $(z_\alpha =$)		
מציין	$T = \frac{\bar{X} - c}{\hat{S} / \sqrt{n}}$		
אזור דחיית H_0	$T > t_\alpha(n-1)$	$|T| > t_{\alpha/2}(n-1)$	$T < t_{1-\alpha}(n-1)$
חישוב הגבול	על פי טבלת ההתפלגות-t		

<u>שאלה 3</u>: במשרד המסחר והתעשייה נתקבלו תלונות צרכנים על כך שמשקל הלחם במאפייה מסוימת נופל מן המשקל הסטנדרטי שהוא 500 גרם. כדי לבדוק תלונה זו משרד המסחר מבצע בדיקה. לשם כך נשקלו 30 כיכרות לחם של אותה מאפייה:

498, 499, 500, 496, 501, 497, 500, 500, 499, 495
495, 500, 501, 500, 495, 497, 501, 499, 500, 501
494, 500, 495, 501, 494, 500, 502, 496, 498, 501

ממוצע המדגם מביא $\overline{X}=498.5$ ואומדן לסטיית התקן $\hat{S}=2.46$. האם נתונים אלה מצביעים על כך שטענת הצרכנים מוצדקת?

<u>פתרון</u>

1. **מבחן:** $\begin{cases} H_0: & \mu=500 \\ H_A: & \mu<500 \end{cases}$
2. **רמת מובהקות:** $\alpha=0.05$
3. **התפלגות דגימה בהנחת נכונות של** H_0: כיוון ש- $n\geq 30$, מתקיים $\dfrac{\overline{X}-500}{2.46/\sqrt{30}}\sim N(0,1)$
4. **הנחות:** $n\geq 30$
5. **מציין:** $Z=T=\dfrac{\overline{X}-c}{\hat{S}/\sqrt{n}}=\dfrac{498.5-500}{2.46/\sqrt{30}}\approx -3.34$
6. **אזור דחיית** H_0: $Z<z_{0.95}$
7. **חישוב הגבול:** $\Phi(z_{0.95})\approx 0.05 \Leftarrow z_{0.95}\approx -1.645$
8. **הכרעה:** $Z=-3.34<z_{0.95}=-1.645$ כך שיש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05
9. **שיפוט:** טענת הצרכנים מוצדקת

<u>שאלה 4</u>: יצרן תמרוקים רצה לבדוק אם משקלן של השפופרות הממולאות במפעלו הוא אמנם 103 גרם בממוצע כפי שרשום עליהן. הוא שקל מדגם של 7 שפופרות וקיבל: 96, 102, 98, 102, 104, 98, 100. מה היה מסקנתו אם ידוע לו שמשקלן של השפופרות מתפלג נורמלית? נא להניח כי רמת המובהקות היא $\alpha=0.02$.

<u>פתרון</u>

1. **מבחן:** $\begin{cases} H_0: & \mu=103 \\ H_A: & \mu\neq 103 \end{cases}$
2. **רמת מובהקות:** $\alpha=0.02$
3. **התפלגות דגימה בהנחת נכונות של** H_0: $\dfrac{\overline{X}-103}{2.83/\sqrt{7}}\sim t(6)$
4. **הנחות:** $n<30$ והתצפיות מפולגות נורמלית
5. **מציין:** $T=\dfrac{\overline{X}-c}{\hat{S}/\sqrt{n}}=\dfrac{100-103}{2.83/\sqrt{7}}\approx -2.8$
6. **אזור דחיית** H_0: $|T|>t_{0.01}(6)$
7. **חישוב הגבול:** טבלת ההתפלגות- t מביאה $t_{0.01}(6)\approx 3.143$
8. **הכרעה:** $|T|=2.8\leq t_{0.01}(6)=3.143$ כך שאין מספיק ראיות לדחיית H_0 ברמת המובהקות של 0.02
9. **שיפוט:** יצרן מגיע למסקנה כי משקל השפופרות הוא אומנם 103 גרם

11.5. בדיקת השערות על שונות σ^2

מבחן	$\begin{cases}H_0: & \sigma^2=c\\ H_A: & \sigma^2>c\end{cases}$	$\begin{cases}H_0: & \sigma^2=c\\ H_A: & \sigma^2\neq c\end{cases}$	$\begin{cases}H_0: & \sigma^2=c\\ H_A: & \sigma^2<c\end{cases}$
רמת מובהקות	α		
התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0	$\frac{(n-1)\cdot\hat{S}^2}{c}\sim\chi^2(n-1)$		
הנחות	תצפיות מפולגות נורמלית ללא הגבלה על $n\geq 2$		
מציין	$\chi^2=\frac{(n-1)\cdot\hat{S}^2}{c}$		
אזור דחיית H_0	$\chi^2>\chi^2_{\alpha}(n-1)$	$\chi^2<\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ או $\chi^2>\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$	$\chi^2<\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$
חישוב הגבול	על פי טבלת ההתפלגות- χ^2		

<u>**שאלה 5**</u>: יבואן מצברי מכוניות טוען שאורך חיי המצברים שלו מתפלג נורמלית עם שונות של 0.9 שנים[2]. בבדיקה שגרתית שנעשתה על ידי מכון התקנים נבדקו 10 מצברים ואומדן לשונות במדגם זה היה 1.2 שנים[2]. האם על פי מדגם זה, ברמת מובהקות של $\alpha=0.02$ יוכל המכון לשלול את טענת היבואן?

<u>פתרון</u>

1. **מבחן:** $\begin{cases}H_0: & \sigma^2=0.9\\ H_A: & \sigma^2\neq 0.9\end{cases}$
2. **רמת מובהקות:** $\alpha=0.02$
3. **התפלגות דגימה בהנחת נכונות של** H_0 **:** $\frac{9\cdot\hat{S}^2}{0.9}\sim\chi^2(9)$
4. **הנחות:** התצפיות מפולגות נורמלית
5. **מציין:** $\chi^2=\frac{(n-1)\cdot\hat{S}^2}{c}=\frac{9\cdot 1.2}{0.9}=12$
6. **אזור דחיית** H_0 **:** $\chi^2<\chi^2_{0.99}(9)$ או $\chi^2>\chi^2_{0.01}(9)$
7. **חישוב הגבול:** טבלת ההתפלגות- χ^2 מביאה $\chi^2_{0.01}(9)\approx 21.666$ ו- $\chi^2_{0.99}(9)\approx 2.088$
8. **הכרעה:** $2.088<\chi^2=12<21.666$, כך שאין מספיק ראיות לדחיית H_0 ברמת המובהקות של 0.02
9. **שיפוט:** המכון לא יוכל לשלול את טענת היבואן