



דף פתרונות לשאלות בית 11

בדיקת השערות

שאלה מס' 11.1

פתרון א:

1. מבחן:
$$\begin{cases} H_0: \mu = 70.5 \\ H_A: \mu \neq 70.5 \end{cases}$$
2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.05$
3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של $H_0: \bar{X} \sim N(70.5, 0.25)$
4. הנחות: $n = 400 \geq 30$
5. מציין:
$$Z = \frac{\bar{X} - c}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - 70.5}{0.5} = 2\bar{X} - 141$$
6. אזור דחיית $H_0: |Z| > z_{0.025}$
7. חישוב הגבול: $z_{0.025} \approx 1.96 \Leftrightarrow \Phi(z_{0.025}) \approx 1.96$
8. הכרעה: יש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05 אם $|Z| = |2\bar{X} - 141| > z_{0.025} = 1.96$
9. שיפוט: יהיה הבדל אם $\bar{X} < 69.5$ או $\bar{X} > 71.5$

פתרון ב:

1. מבחן:
$$\begin{cases} H_0: \mu = 70.5 \\ H_A: \mu \neq 70.5 \end{cases}$$
2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.03$
3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של $H_0: \bar{X} \sim N(70.5, 0.25)$
4. הנחות: $n = 400 \geq 30$
5. מציין:
$$Z = \frac{\bar{X} - c}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - 70.5}{0.5} = 2\bar{X} - 141$$
6. אזור דחיית $H_0: |Z| > z_{0.015}$
7. חישוב הגבול: $z_{0.015} \approx 2.17 \Leftrightarrow \Phi(z_{0.015}) \approx 2.17$
8. הכרעה: יש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05 אם $|Z| = |2\bar{X} - 141| > z_{0.015} = 2.17$
9. שיפוט: יהיה הבדל אם $\bar{X} < 69.4$ או $\bar{X} > 71.6$

שאלה מס' 11.2

.א.

$$1. \text{ מבחן: } \begin{cases} H_0: \mu = 100 \\ H_A: \mu > 100 \end{cases}$$

2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.05$

3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0 : $T = \frac{\bar{X} - 100}{\frac{4.21/\sqrt{10}}{\sqrt{n}}} \sim t(9)$

4. הנחות: התפלגות נורמלית לתצפיות

5. מציין: $T = \frac{\bar{X} - c}{\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}} = \frac{101.2 - 100}{\frac{4.21/\sqrt{10}}{\sqrt{10}}} \approx 0.901$

6. אזור דחיית H_0 : $T > t_{0.05}(9)$

7. חישוב הגבול: $t_{\alpha=0.05}(9) = 1.833$

8. הכרעה: $T = 0.901 < t_{0.05}(9) = 1.833$ כך שאין מספיק ראיות לדחיית H_0 ברמת המובהקות של 0.05

9. שיפוט: ישנה בבית ספר אותה מנת המשכל

ב. רווח סמך ברמה של 98% הוא $\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cdot \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cdot \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}$ עבור

ש- $\alpha = 1 - 0.98 = 0.02$ מקבלים $t_{0.01}(9) = 2.821$ כך

ל- $101.2 - 2.821 \cdot \frac{4.21}{\sqrt{10}} \leq \mu \leq 101.2 + 2.821 \cdot \frac{4.21}{\sqrt{10}}$ רווח סמך ברמה של 98% שווה ל- $.97.44 \leq \mu \leq 104.96$

שאלה מס' 11.3

$$1. \text{ מבחן: } \begin{cases} H_0: p = \frac{1}{2} \\ H_A: p > \frac{1}{2} \end{cases}$$

2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.05$

3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0 : $\hat{p} \sim N\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{200}\right)$

4. הנחות: $n \cdot \min(c, 1-c) = 50 \cdot \frac{1}{2} \geq 10$

5. מציין: $Z = \frac{\hat{p} - c}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}} = \left(\frac{33}{50} - \frac{1}{2}\right) \sqrt{200} \approx 2.263$

6. אזור דחיית H_0 : $Z > z_{0.05}$

7. חישוב הגבול: $\Phi(z_{0.05}) = 0.95 \Leftrightarrow z_{0.05} \approx 1.645$

8. הכרעה: $Z = 2.263 > z_{0.05} = 1.645$ כך שיש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05

9. שיפוט: טענת הקוסמים מוצדקת

שאלה מס' 11.4

א.

$$1. \text{ מבחן: } \begin{cases} H_0 : \mu = 60 \\ H_A : \mu < 60 \end{cases}$$

2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.05$

3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0 : $\bar{X} \sim N(60, 0.18)$

4. הנחות: $n = 50 \geq 30$ ו- $\sigma = 3$ ידועה

5. מציין: $Z = \frac{\bar{X} - c}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{59 - 60}{3 / \sqrt{50}} \approx -2.36$

6. אזור דחיית H_0 : $Z < z_{1-0.05} = z_{0.95}$

7. חישוב הגבול: $z_{0.95} \approx -1.64$

8. הכרעה: $Z = -2.36 < z_{0.95} = -1.64$ כך שיש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05

9. שיפוט: יש לקבל את טענת היצרן

ב.

$$1. \text{ מבחן: } \begin{cases} H_0 : \mu = 60 \\ H_A : \mu < 60 \end{cases}$$

2. רמת מובהקות: $\alpha = 0.01$

3. התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0 : $\bar{X} \sim N(60, 0.18)$

4. הנחות: $n = 50 \geq 30$ ו- $\sigma = 3$ ידועה

5. מציין: $Z = \frac{\bar{X} - c}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{59 - 60}{3 / \sqrt{50}} \approx -2.36$

6. אזור דחיית H_0 : $Z < z_{1-0.01} = z_{0.99}$

7. חישוב הגבול: $z_{0.99} \approx -2.33$

8. הכרעה: $Z = -2.36 < z_{0.99} = -2.33$ כך שיש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.01

9. שיפוט: יש לקבל את טענת היצרן

שאלה מס' 11.5

$$.1 \text{ מבחן: } \begin{cases} H_0: p = \frac{1}{6} \\ H_A: p \neq \frac{1}{6} \end{cases}$$

.2 רמת מובהקות: $\alpha = 0.05$

.3 התפלגות דגימה בהנחת נכונות של H_0 : $\hat{p} \sim N\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{1440}\right)$

.4 הנחות: $n \cdot \min(c, 1-c) = 200 \cdot \frac{1}{6} \geq 10$

.5 מציין: $Z = \frac{\hat{p} - c}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}} = \left(\frac{6}{200} - \frac{1}{6}\right) \sqrt{1440} \approx -5.186$

.6 אזור דחיית H_0 : $|Z| > z_{0.025}$

.7 חישוב הגבול: $z_{0.025} \approx 1.96 \Leftarrow \Phi(z_{0.025}) = 0.975$

.8 הכרעה: $|Z| = 5.186 > z_{0.025} = 1.96$ כך שיש לדחות את H_0 ברמת המובהקות של 0.05

.9 שיפוט: חשד מוצדק