



PROBABILITY AND STATISTICS

הסתברות וסטטיסטיקה

מאת יוג'ין קנזיפר

2006/07 © Eugene Kanzieper © All rights reserved 2006/07

דף שאלות בית 3

3.1 צירופים ונוסחא מולטינומית
3.2 קומבינטוריקה: סידורים ובחירות



שאלה H3.1

נא להוכיח כי

א. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$

ב. $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

שאלה H3.2

הוכח/הוכיחי את הנוסחא הבאה:

$$C_k^j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} dz e^{-izj} (1 + e^{iz})^k$$

שאלה H3.3

הוכח/הוכיחי את הנוסחא $\sum_{j=m}^M C_j^m = C_{M+1}^{m+1}$ עבור $1 \leq m \leq M$

הערה: נוח להיעזר בנוסחא האינטגרלית מהשאלה הקודמת.

שאלה H3.4

יש להשתמש בנוסחא המולטינומית על מנת לחשב $(a_1 + a_2 + a_3)^5$.

שאלה H3.5

כמה מספרי מכוניות שונים אפשר להרכיב כאשר שני הסימנים הראשונים הם אותיות לטיניות (26 אותיות) ושלושת הסימנים הנוספים הם ספרות 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

שאלה H3.6

מצא/י בכמה אופנים ניתן לרשום בסדר שונה את פירוקו של המספר 36000 למכפלה של מספרים ראשוניים:
 $36000 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$

שאלה H3.7

כמה מילים (לאו דוקא בעלות מובן) בנות 3 אותיות שונות ניתן ליצור מהאותיות א, ב, ג, ד, ה ?

שאלה H3.8

מצא/י כמה מספרים בעלי 4 ספרות שונות ניתן לרשום בעזרת הספרות 0, 1, 2, 3, 5, 7. (במספרים, אפס לא יכולה להיות ראשונה משמאל).

שאלה H3.9

במחשב בייט אחד הוא 0 או 1— כאשר שורה בת 32 בייט היא מילה אחת. כמה מילים שונות ניתן להרכיב במחשב זה ?

שאלה H3.10

מכיתה בת 30 תלמידים נבחר באופן מקרי ועד של שלושה תלמידים. שאר 27 התלמידים (שלא נבחרו לוועד) יעסקו בפעילות התנדבותית מחוץ למסגרת בית הספר.

- כמה אפשרויות שונות ישנן לבחירת ועד?
- כמה אפשרויות שונות ישנן לבחירת קבוצה של 27 תלמידים שיעסקו בפעילות התנדבותית?

שאלה H3.11

חמישה נערים יצאו לבלות בפאב. כל אחד בנפרד בחר פאב באופן אקראי מתוך עשרת הפאבים בעמק האלכוהול. חשב את הסתברות המאורעות:

- כל הנערים התרכזו בדיוק בשני הפאבים "באכחוס" ו"רוק כבד".
- כל הנערים התרכזו בדיוק בשני פאבים.

שאלה H3.12

מספר רישוי לרכב: בכמה אופנים ניתן למלא 8 תאים באמצעות 26 אותיות לועזיות ו-10 ספרות (0 עד 9) כך ששני התאים הראשונים משמאל יכילו שתי אותיות (יותר שיהיו זהות), חמישה התאים הבאים יכילו רק ספרות המסודרות בסדר יורד, והתא השמיני האחרון יכיל אות אחת אשר חייבת להיות שונה מהאותיות המופיעות בשני התאים משמאל ?

שאלה H3.13

כמה קודים בני 7 ספרות ניתן להרכיב מהספרות 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 כך שארבע הספרות הראשונות משמאל יהיו ספרות זוגיות המסודרות בסדר יורד ושלוש הספרות הבאות יהיו אי זוגיות מסודרות בסדר עולה? אסור להשתמש באותה ספרה יותר מפעם אחת.

שאלה H3.14

- כמה מספרים בני n ספרות ניתן להרכיב מהספרות 0, 1, 2, 3 אם חלה חובה להשתמש בכל ספרה לפחות פעם אחת?
- מה מביאה נוסחתך עבור n השווה ל-1? ל-2? ל-3? הסבר/י!

■ מפתח לשאלות

שאלה H3.4

$$\begin{aligned}
 & a_3^5 + 5 a_2 a_3^4 + 10 a_2^2 a_3^3 + 10 a_2^3 a_3^2 + 5 a_2^4 a_3 + a_2^5 \\
 & + 5 a_1 a_3^4 + 20 a_1 a_2 a_3^3 + 30 a_1 a_2^2 a_3^2 + 20 a_1 a_2^3 a_3 + 5 a_1 a_2^4 \\
 & + 20 a_1^2 a_3^3 + 30 a_1^2 a_2 a_3^2 + 30 a_1^2 a_2^2 a_3 + 10 a_1^2 a_2^3 + 10 a_1^3 a_3^2 \\
 & + 20 a_1^3 a_2 a_3 + 10 a_1^3 a_2^2 + 5 a_1^4 a_3 + 5 a_1^4 a_2 + a_1^5
 \end{aligned}$$

.676000 שאלה H3.5

.2520 שאלה H3.6

.60 שאלה H3.7

.300 שאלה H3.8

.2³² שאלה H3.9

.4060 ; א. 4060 שאלה H3.10

א. $\frac{2^5 - 2}{10^5}$; ב. $C_{10}^2 \cdot \frac{2^5 - 2}{10^5}$ שאלה H3.11

.4095000 שאלה H3.12

.50 שאלה H3.13

$3^n - 3(2^n - 1)$ שאלה H3.14

