



PROBABILITY AND STATISTICS

הסתברות וסטטיסטיקה

מאת יוג'ין קנזיפר

© Eugene Kanzieper © All rights reserved 2006/07 כל הזכויות שמורות 2006/07

דף שאלות בית 1

- 1.1 אלגברת מאורעות
- 1.2 גישה קלאסית ואקסיומטית להסתברות
- 1.3 חוקי הסתברות בסיסיים
- 1.4 דיאגרמות וון

שאלה H1.1

שישה מכתבים הגיעו לכיית בו גרים ארבעה דיירים A, B, C ו- D . נגדיר את המאורע $A_k = \{\text{הדייר } A \text{ מקבל } k \text{ מכתבים (לפחות)}\}$. המאורעות B_k, C_k ו- D_k מוגדרים בהתאם. מה תוכלו לומר על מספר המכתבים שקיבל הדייר A אם התרחש המאורע:

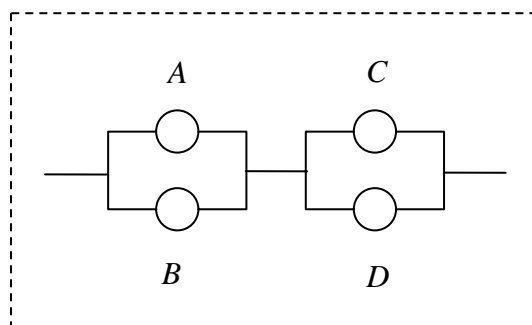
- א. \bar{A}_1
- ב. $B_3 \cap C_3$
- ג. $\bar{B}_1 \cap \bar{C}_1 \cap \bar{D}_1$
- ד. $A_1 \cap B_1 \cap C_1 \cap D_1$
- ה. $(B_3 \cup C_3) \cap D_2$

שאלה H1.2

נגדיר את המאורעות

$$E_2 = (A \cap D) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (B \cap D) \quad \text{ו} \quad E_1 = (A \cup B) \cap (C \cup D)$$

- א. הוכח/הוכיחי כי מאורעות אלה זהים.
- ב. תנ'י הסבר מילולי לזה באמצעות מעגל חשמלי המתואר בציור.



שאלה H1.3

מטילים מטבע שלוש פעמים.

- תאר/י את מרחב המדגם Ω .
- תאר/י את המאורע $A = \{\text{עץ באמצע}\}$. מהי ההסתברות של המאורע A ?
- תאר/י את המאורע $A \cup B$ כאשר המאורע B מוגדרת כ- $B = \{\text{שני פלי ברציפות}\}$. מהי ההסתברות של המאורע $A \cup B$?

שאלה H1.4

עבור המאורעות A ו- B בלתי תלויים, בטא/י את ההסתברות $P(\bar{A}/(A \cup B))$ דרך ההסתברויות $P(A)$ ו- $P(B)$.

שאלה H1.5

סמ'י ב- $\sqrt{\quad}$ את הטענות הנכונות:

סמ'י כאן:	טענה
(א)	$(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$
(ב)	$A \cup B = (A \cap \bar{B}) \cup B$
(ג)	$\bar{A} \cap B = A \cup B$
(ד)	$\overline{(A \cup B) \cap C} = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
(ה)	$(A \cap B) \cap (\bar{B} \cap C) = \emptyset$

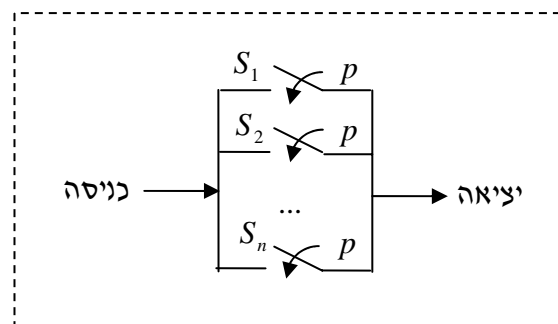
שאלה H1.6

מטילים שתי קוביות. מהי ההסתברות לקבלת סכום התוצאות 10 לפחות?

שאלה 1.7

n מפסקים S_1, S_2, \dots, S_n , הפועלים ללא תלות, מחוברים במקביל. כל אחד מהמפסקים סגור בהסתברות

$$: p = \frac{1}{2}$$



ידוע כי הסתברות לקבלת אות הכניסה ביציאה מהמעגל היא $\frac{15}{16}$. מצא/י את מספר המפסקים n במעגל.

הערה: $P\left(\bigcap_{k=1}^n S_k\right) = \prod_{k=1}^n P(S_k)$

שאלה H1.8

על פי הגדרה, מאורעות A ו- B הם מאורעות בלתי תלויים אם $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. הוכח/הוכיחי כי אי תלות של A ו- B גוררת את אי התלות של \bar{A} ו- \bar{B} .

שאלה H1.9

יהי p_1, p_2, p_3 הסתברויות שספר יקבל תגובה חיובית של שלושה כותבי ביקורת שונים ובלתי תלויים. מהי ההסתברות שרוב התגובות יהיו חיוביות?

שאלה 1.10

מעגל חשמלי מורכב מיחידות A, B, C, D, E, F, G ו- H . בהנחה כי המאורע $Q = \{\text{מעגל כולו פעול}\}$ ניתן על ידי הנוסחה

$$Q = (((((A \cap B) \cup C) \cup D) \cap (E \cup F)) \cup G) \cap H$$

צייר/י את המעגל.

שאלה H1.11

נתונים מאורעות A ו- B בעלי הסתברויות $P(A) = a$, $P(B) = b$ ו- $P(A \cup B) = c$. בטא/י את ההסתברויות הבאות דרך a, b ו- c בלבד:

- א. $A \cap B$
- ב. $\bar{A} \cap B$
- ג. $A \cap \bar{B}$
- ד. $\bar{A} \cap \bar{B}$
- ה. $\bar{A} \cup B$
- ו. $A \cup \bar{B}$
- ז. $\bar{A} \cup \bar{B}$

שאלה H1.12

נתונים מאורעות A ו- B כאלה ש- $P(A) = a$, $P(B) = b$ ו- $P(A \cap B) = c$. נא לבטא את ההסתברויות הבאות דרך a, b ו- c בלבד.

- א. $A \cup B$

- ב. $\bar{A} \cup B$
- ג. $A \cap \bar{B}$
- ד. $\bar{A} \cap \bar{B}$
- ה. $\bar{A} \cap B$
- ו. $A \cup \bar{B}$
- ז. $\bar{A} \cup \bar{B}$

שאלה H1.13

מטילים קובייה מאוזנת פעם אחרי פעם (יכול להיות שיותר מפעמים) ומסכמים את התוצאות. מהי ההסתברות שאי פעם נגיע

- א. לסכום התוצאות ששווה ל-1 ?
- ב. לסכום התוצאות ששווה ל-2 ?
- ג. לסכום התוצאות ששווה ל-3 ?
- ד. לסכום התוצאות ששווה ל-4 ?
- ה. לסכום התוצאות ששווה ל-5 ?
- ו. על סמך החישובים בסעיפים א'–ה', נחש' את התשובה עבור ההסתברות שאי פעם נגיע לסכום התוצאות ששווה ל- n . האם נחושך מנוגד לאקסיומות של קולמוגורוב? תנ' הסבר.

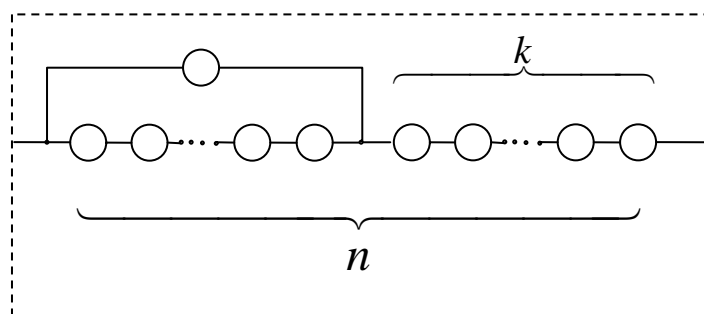
שאלה H1.14

נתונים שני מאורעות בלתי תלויים A ו- B כאלה ש- $P(A) = a_1$ ו- $P((A \cup B) \setminus \bar{B}) = a_2$. מהי ההסתברות $P(B)$? סמ'ן/סמני ב- $\sqrt{\quad}$ את התשובה הנכונה ותנ' הסבר !

בחירתך	הסתברות המאורע B
(א)	a_1
(ב)	a_2
(ג)	$a_1 a_2 - (1 - a_1)$
(ד)	$a_1 + a_2 - (1 - a_2)$
(ה)	$a_2 - a_1$
(ו)	$a_2 + a_1$

שאלה H1.15

נתון מעגל חשמלי המורכב מ- $(n+1)$ יחידות הפועלות ללא תלות בהסתברויות זהות p (ראה' ציור). מהי ההסתברות שהמעגל כולו פועל ?



■ מפתח לשאלות

- א. 0; ב. 5; ג. 6; ד. 1, 2 או 3; ה. 0 או 1. שאלה H1.1
- ב. 1/2; ג. 7/8. שאלה H1.3
- $$\frac{(1-P(A))P(B)}{P(A)+(1-P(A))P(B)}$$
 שאלה H1.4
- א, ב, ד, ה. שאלה H1.5
- 1/6. שאלה H1.6
4. שאלה H1.7
- $$-P_1P_2 + P_2P_3 + P_1P_3 - 2P_1P_2P_3$$
 שאלה H1.9
- א. $a+b-c$; ב. $c-a$; ג. $c-b$; ד. $1-c$; ה. $1-c+b$; ו. $1-c+a$. שאלה H1.11
- ז. $1+c-a-b$.
- א. $a+b-c$; ב. $1+c-a$; ג. $a-c$; ד. $1+c-a-b$. שאלה H1.12
- ה. $b-c$; ו. $1-b+c$; ז. $1-c$.
- א. $\frac{1}{6}\left(\frac{7}{6}\right)^{n-1}$; $n \geq 13$. שאלה H1.13
- ב. שאלה H1.14
- $$p^{k+1} + p^n - p^{n+1}$$
 שאלה H1.15