



PROBABILITY AND STATISTICS

הסתברות וסטטיסטיקה

מאת יוג'ין קנזיפר

© Eugene Kanzieper © All rights reserved 2006/07 כל הזכויות שמורות 2006/07

■ דף שאלות כיתה 10

10.1 בעיות אמידה קשורות להתפלגות t ו- χ^2

שאלה C10.1

במדגם מקרי של 10 סטודנטים ב-H.I.T.—מכון טכנולוגי חולון נמצא כי המשקל הממוצע הוא 70 ק"ג ואומדן לסטיית תקן הוא 3 ק"ג. בהנחה שמשקל הגוף מתפלג נורמלית בקירוב, מצא/ את

- רווח הסמך ברמה של 95% עבור תוחלת משקל הסטודנט.
- רווח הסמך באותה רמה עבור סטיית תקן משקל הסטודנט.

שאלה C10.2

חוקר בנה רווח סמך לתוחלת μ (שהוא $7.1 < \mu < 12.9$) ברמת סמך מסוימת על סמך מדגם בן 4 תצפיות: $X_1 = 11$, $X_2 = 8$, $X_3 = 9$ ו- X_4 שהחוקר שכח לרשום בדוח. מהי התצפית החסרה X_4 ומהי רמת הסמך $1 - \alpha$ המתאימה לרווח סמך זה? נא להניח כי התצפיות מפולגות נורמלית.

שאלה C10.3

חוקר בנה רווח סמך לשונות $0.133 < \sigma^2 < 0.677$ על סמך מדגם בן 10 תצפיות $\{X_1, X_2, \dots, X_{10}\}$ מאוכלוסיה נורמלית עם הממוצע $\bar{X}_{(10)} = 10$.

- מהי רמת הסמך בה השתמש החוקר? מהו אומדן לשונות $\hat{S}_{(10)}^2$?
- איך ישתנה רווח סמך לשונות אם נוסיף תצפית נוספת $X_{11} = 12$? יש להשתמש ברמת סמך שמצת בסעיף א'.

שאלה C10.4

בונים משולש עם קדקודים בנקודות $(0,0)$, $(X,0)$ ו- $(0,Y)$. בהנחה שהערכים X ו- Y הם משתנים מקריים נורמליים סטנדרטיים בלתי תלויים, מצא/ את ההסתברות שיתר המשולש עולה על L .

שאלה C10.5

הוכח/הוכיחי את הנוסחאות הבאות עבור התפלגות χ^2 :

$$\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(2) = 2 \ln \frac{2}{\alpha} \quad \text{א.}$$

$$\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(2) = 2 \ln \frac{2}{2-\alpha} \quad \text{ב.}$$

שאלה C10.6

במרחב דו ממדי, נתונים שני וקטורים $\vec{X} = (X_1, X_2)$ ו- $\vec{Y} = (Y_1, Y_2)$ הקואורדינטות X_1, X_2, Y_1 ו- Y_2 הם משתנים מקריים נורמליים בלתי תלויים, $X_j \sim N(0, \sigma_X^2)$ ו- $Y_j \sim N(0, \sigma_Y^2)$.

א. מהי ההסתברות שערכו של הוקטור $\vec{X} + \vec{Y}$ יעלה על R ?

ב. מהי ההסתברות שערכו של הוקטור $\vec{X} - \vec{Y}$ יעלה על R ?