



# PROBABILITY AND STATISTICS

## הסתברות וסטטיסטיקה

מאת יוג'ין קנזיפר

© Eugene Kanzieper © All rights reserved 2006/07 כל הזכויות שמורות 2006/07

### דף שאלות כיתה 8

8.1 משפט הגבול המרכזי

8.2 החוק החלש של המספרים הגדולים

#### שאלה C8.1

נתונים  $N$  משתנים מקריים בלתי תלויים  $X_1, X_2, \dots, X_N$  בעלי התפלגות נורמלית:  $X_j \sim N(\mu, 1)$ . ידוע כי

$$P(X_j \leq 1) = P\left(\sum_{j=1}^N X_j \leq 1\right)$$

א. בטא/י את הפרמטר  $\mu$  דרך  $N$ , מספר המשתנים המקריים.

ב. חשבו/י  $P\left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j > 1\right)$  עבור  $N \gg 1$ .

הערה: עבור  $z \gg 1$  מתקיים בקירוב,  $\Phi(z) \Big|_{z \gg 1} \approx 1 - \frac{\exp(-z^2/2)}{z\sqrt{2\pi}}$ .

#### שאלה C8.2

התשלום של נישום למס הכנסה נעשה בכל חודש בשקלים שלמים (כאשר סכום החיוב המדויק מעוגל כלפי השקל השלם הקרוב ביותר). בהנחה שההפרש בין הסכום ששולם לבין סכום החיוב המדויק בכל חודש הוא בעל התפלגות אחידה רציפה על  $(-0.5, 0.5)$ , חשבו/י

א. את ההסתברות שסך התשלום השנתי (12 חודשים) ששולם למעשה אינו סוטה ביותר מ-2 שקלים מן התשלום השנתי הנדרש.

ב. את ההסתברות שהנישום יפסיד יותר משקל אחד במשך השנה.

ג. תוך כמה חודשי תשלום תעלה ההסתברות שהנישום יפסיד יותר משקל אחד על 0.2?

#### שאלה C8.3

המשקל הממוצע של מטען שמעלה נוסע במחלקת תיירים למטוס בטיסה בין שתי ערים בארצות הברית הוא 20 ק"ג וסטיית התקן של המשקל היא 5 ק"ג. הממוצע וסטיית התקן אצל נוסע במחלקת עסקים הם 12 ו-3 ק"ג, בהתאמה.

א. אם למטוס עולים 11 נוסעים למחלקת עסקים ו-50 נוסעים למחלקת תיירים, מהי ההסתברות שהמטען הכולל של הנוסעים בטיסה יהיה לכל היותר 1,200 ק"ג?

ב. מהי ההסתברות שההפרש בין המשקל הממוצע של מטען נוסעי מחלקת תיירים לזה של נוסעי מחלקת עסקים יהיה גבוה מ-10 ק"ג?

### שאלה C8.4

המשטרה נוהגת לערוך מדי פעם ביקורת תקינות רכב בכבישים. אם למעשה נוסעות על הכבישים בארץ כ-40% מכוניות שאינן תקינות,

- א. מהי ההסתברות שמתוך 80 מכוניות שנבדקות ביום אחד יותר מחציין יהיו בלתי תקינות?  
 ב. מהי ההסתברות שבמשך שבוע עבודה שלם (6 ימים), לפחות ביום אחד ימצאו יותר ממחצית המכוניות הנבדקות בלתי תקינות?

### שאלה C8.5

שרשרת מורכבת ממספר חוליות. אורך  $X$  של חוליה אחת הוא משתנה מקרי נורמלי בעל פרמטר (בס"מ)  $\mu = 10$ . נתון כי ההסתברות למצוא חוליה בודדה קצרה מ-12 ס"מ היא 97.72%. מהו מספר החוליות בשרשרת אם, בהסתברות של 86.65%, היא תספיק לחיבור שני מוטות שהמרחק ביניהם 8 מטר?