



PROBABILITY AND STATISTICS

הסתברות וסטטיסטיקה

מאת יוג'ין קנזיפר

© Eugene Kanzieper © All rights reserved 2006/07 כל הזכויות שמורות 2006/07

דף שאלות כיתה ד

7.1 משתנה מקרי רציף
7.2 התפלגויות רציפות מיוחדות

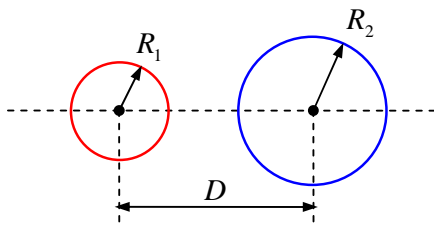
שאלה 7.1

כאשר משה קובע פגישה עם הבוס שלו, הוא מגיע לפגישה 5 דקות לפני המועד וממתין עד הגעת הבוס. הבוס, לעומת זאת, מגיע באיחור מקרי של 0 עד 20 דקות.

- חשבו את ההסתברות שמשה יאלץ להמתין לפחות 12 דקות.
- משה ממתין כבר 10 דקות. מהי ההסתברות שייאלץ להמתין לפחות 5 דקות נוספות?
- בגלל עומס בעבודה הגיע משה ביום מסוים באיחור של 10 דקות. מהי ההסתברות שהוא פספס את הבוס? (הבוס ממתין רק 2 דקות בלבד).
- לאחר שמשה עלה בדרגה, החל גם הוא להגיע לפגישות באיחור מקרי כלשהו של 0 עד 10 דקות והוא ממתין עד הגעת הבוס. מהי ההסתברות שהוא יפספס פגישה עם הבוס (עתה הבוס אינו ממתין כלל)?

שאלה 7.2

שני מעגלים בעלי רדיוסים R_1 ו- R_2 נמצאים במרחק D אחד מהשני כמפורט בציר. בהנחה שהרדיוסים R_1 ו- R_2 הם משתנים מקריים רציפים בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה $R_1 \sim U(0, R)$ ו- $R_2 \sim U(0, R)$



א. מהי ההסתברות P_0 שקיים חלק משותף בין המעגלים? ציירו את P_0 כפונקציה של D .

ב. נתון כי $P_0 = \frac{7}{8}$. מצאו את היחס $\frac{D}{R}$.

שאלה 7.3

פונקציית התפלגות מצטברת של משתנה מקרי רציף X נתונה על ידי הנוסחה

$$F_X(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{t}{2}, & 0 \leq t < 1 \\ at^2 + b, & 1 \leq t < 2 \\ c, & t \geq 2 \end{cases}$$

- א. מצא/י את המקדמים a , b ו- c .
- ב. מצא/י את התוחלת $E[X]$ ואת השונות $\text{var}[X]$ של המשתנה המקרי X .
- ג. מהי ההסתברות המותנית $P\left(\left|X\right| < \frac{3}{2} \mid X > 1\right)$?

שאלה C7.4

זרם אירועים פואסוני מוגדר על ידי פונקציית ההסתברות $P(X_t = k)$ למציאת בדיוק k התרחשויות בפרק הזמן $(0, t)$:

$$P(X_t = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad \text{עבור } k = 0, 1, 2, \dots$$

נגדיר את המשתנה הרציף $T_j = \{\text{זמן המתנה עד התרחשותו של האירוע ה-} j\}$.

- א. מהי פונקציית הצפיפות $f_{T_j}(t)$ של T_j ?
- ב. וודא/י כי תכונת הנרמול עבור פונקציית הצפיפות $f_{T_j}(t)$ מסעיף א' מתקיימת.
- ג. מצא/י את התוחלת $E[T_j]$ של זמן ההמתנה עד האירוע הראשון.

שאלה C7.5

יהיה X משתנה מעריכי, $X \sim \text{Exp}(\lambda)$. נגדיר את המשתנה החדש $Y = [X] + 1$ (כאן, $[X]$ הוא ערך שלם של X).

- א. האם משתנה מקרי Y הוא משתנה רציף או בדיד?
- ב. הוכח/הוכיחי כי משתנה מקרי Y הוא משתנה גיאומטרי $Y \sim G(p)$ בעל פרמטר $p = 1 - e^{-\lambda}$.