



מכון טכנולוגי חולון
Holon Institute of Technology

ב' תשע"א | סמסטר
08.04.2011 | תאריך
ד' בניסן תשע"א | שעה
09:00



בוחן אמצע בקורס "הסתברות למהנדסים" – 2019
מרצה: ד"ר יוסף שטראוס

הוראות הבוחן

- משך הבוחן: 50 דקות.
- חלק ראשון: עליך לתת תשובות לכל השאלות של החלק הראשון בטופס הבוחן בלבד.
- חלק שני: עליך לתת פתרונות מלאים במחברת.
- חומר עזר: דף נוסחאות המצורף לטופס הבוחן. מותר להיעזר במחשבון רגיל.
- בהצלחה !!

❖ חלק ראשון

יש לתת תשובות בלבד בטופס זה (משקל: 40 נק')

01. תן/תני הגדרות למונחים המפורטים בטבלה. [10 נק']

מונח	הגדרה
גישה קלאסית להסתברות	<p>אנחנו נתאים קבוצה הסתברותית Ω עם מדידת אירועים \mathcal{A} ופונקציה אסתטימית P על \mathcal{A} ונניח $P(\Omega) = 1$.</p> <p>אנחנו נגדיר $P(A) = \frac{ A }{ \Omega }$.</p>
מאורעות בלתי תלויים	<p>האירועים A ו-B נקראים בלתי תלויים אם $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.</p>
מאורעות זרים בזוגות	<p>מאורעות A_1, A_2, \dots, A_n נקראים זרים בזוגות אם $A_i \cap A_j = \emptyset$ לכל $i \neq j$.</p>

גולומב 52, ת.ד. 305, חולון 58102
טלפון 03-5026619, פקס 03-5026619
52 Golomb St., Holon 58102 Israel
www.hit.ac.il Tel. 972-3-502-6560, Fax. 972-3-502-6619

הפקולטה למדעים
Faculty of Sciences

02. נתבונן בהסתברות $P((A \cup B) | (A \cap B))$. סמני ב- \checkmark את הביטוי הנכון בשבילה. [10 נק']

סמני כאן	ביטוי
	$P(A \cup B)$
	$P(A \cap B)$
\checkmark	1
	$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)}$
	$\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$

03. נסחי את הנוסחה להסתברות שלמה. [10 נק']

$\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ פ"ל
 $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$; $i \neq j \Rightarrow A_i \cap A_j = \emptyset$
 $P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)$

04. איך מפולגים המשתנים המוגדרים בטבלה? [10 נק']

סוג ופרמטרים של התפלגות	הגדרות הגיטוי והמשתנה
$X \sim \text{Bin}(m, p)$	גיטוי: הטלת מטבע מזויף m פעמים. ההסתברות לתוצאה "פלי" היא p . משתנה: $X =$ מספר ההטלות בהן יצאה התוצאה "עץ"
$X \sim \text{Vj}(1, n)$	גיטוי: בחירה אקראית של כדור מאוסף הכדורים הממוספרים מ-1 עד n . משתנה: $X =$ מספר שמופיע על הכדור הנבחר

5. Aufgabe / 100%

Seien A, B, C, D, E, F, G, H Ereignisse in einem Wahrscheinlichkeitsraum Ω .

$$Q = \{ [(A \cup B \cup C) \cap (E \cup G \cup (F \cap H))] \cap D \} \\ \cup \{ [(A \cap E) \cup ((C \cup B) \cap (G \cup (F \cap H)))] \cap \bar{D} \}$$

100%

$$P(Q) = P((A \cup B \cup C) \cap (E \cup G \cup (F \cap H))) P(D) \\ + P((A \cap E) \cup ((C \cup B) \cap (G \cup (F \cap H)))) P(\bar{D}) =$$

$$= P(A \cup B \cup C) P(E \cup G \cup (F \cap H)) P(D) \\ + [P(A \cap E) + P((C \cup B) \cap (G \cup (F \cap H))) \\ - P((A \cap E) \cap (C \cup B) \cap (G \cup (F \cap H)))] P(\bar{D}) =$$

$$= P(A \cup B \cup C) P(E \cup G \cup (F \cap H)) P(D) \\ + [P(A \cap E) + P((C \cup B) \cap (G \cup (F \cap H))) \\ - P(A \cap E \cap (C \cup B) \cap (G \cup (F \cap H)))] P(\bar{D})$$

100%

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) \\ - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

pena - 5 nice man
e. 2p

$$P(A \cup B \cup C) = 3p - 3p^2 + p^3$$

$$P(A \cup E) = P(B \cup C) = 2p - p^2$$

$$P(G \cup (F \cap H)) = p + p^2 - p^3$$

$$P(E \cup G \cup (F \cap H)) = P(E) + P(G) + P(F \cap H)$$

$$- P(E \cap G) - P(E \cap F \cap H) - P(G \cap F \cap H)$$

$$+ P(E \cap G \cap F \cap H) =$$

$$= 2p + p^2 - p^2 - 2p^3 + p^4$$

! / 2 ~

$$P(G) = (3p - 3p^2 + p^3)(2p - 2p^3 + p^4)p$$

$$+ [(2p - p^2) + (1 - 2p + p^2)(2p - p^2)(p + p^2 - p^3)](1 - p) =$$

$$= 2p - p^2 + 2p^3 - 6p^4 + 7p^5 - 4p^6 + p^7$$

6 אפקט 11110

מארגן מראש: $X = \text{מספר זרועות}$ (1)

$$X \sim \text{Bin}(n, p = \frac{1}{2})$$

אם אין מארגן זרועות - A: מכלול זרועות
אם אין מארגן זרועות

$$\begin{aligned} P(X=n|A) &= \frac{P(X=n \cap A)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(X=n)}{P(A)} = \frac{\binom{n}{n} (\frac{1}{2})^n (\frac{1}{2})^0}{\frac{1}{2}} = (\frac{1}{2})^{n-1} \end{aligned}$$

על כן יש p מכלול זרועות $1-p$: מכלול
אם אין מארגן זרועות : מכלול זרועות
אם אין מארגן זרועות : מכלול זרועות

מארגן זרועות - B: מכלול זרועות (2)
אם אין מארגן זרועות
אם אין מארגן זרועות

$$\begin{aligned} P(X=n|B) &= \frac{P(X=n \cap B)}{P(B)} = \\ &= \frac{P(X=n)}{P(B)} = \frac{P(X=n)}{1 - P(B)} = \frac{(\frac{1}{2})^n}{1 - (\frac{1}{2})^n} \end{aligned}$$