



תאריך: 16.07.04
סמסטר א' מועד ג'

מבחן ב"הסתברות וסטטיסטיקה" – 20019
המרצה: ד"ר יוג'ין קנציפר

הוראות המבחן:

1. משך המבחן 3 שעות.
2. עליך לפתור סה"כ 4 בעיות מתוך 6 בעיות. הסברי/י ונמקי/י את תשובותיך.
3. נא לרשום בראש המחברת אלו שאלות יש לבדוק.
4. חומר עזר מוגבל – חומר לימוד ודפי נוסחאות סטנדרטיים מודפסים מאתר הקורס בכתובת: <http://sciences.hait.ac.il/~ekanzieper>. מותר להיעזר במחשבון.
5. **בהצלחה!**

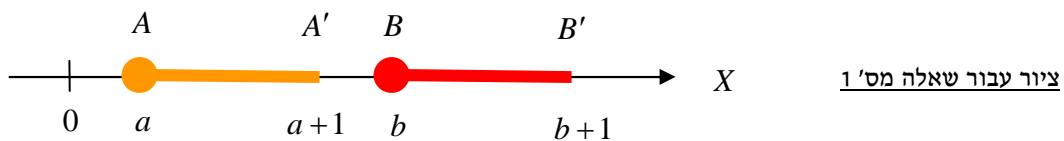
* * *

שאלה מס' 1 (25 נקודות)

שני גפרורים באורך 1 מונחים על ציר X כך שראשיהם מופנים שמאלה וממוקמים בנקודות a ו- b (ראה ציור). נתון כי a ו- b הם משתנים מקריים בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה $a \sim U(0,1)$ ו- $b \sim U(0,2)$ בהתאמה.

א. מצאי את ההסתברות שאין חפיפה בין הגפרורים.

ב. מהי ההסתברות שאורך החפיפה לא עולה על $\frac{1}{2}$?



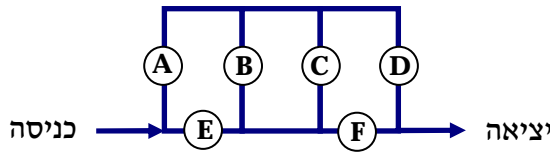
שאלה מס' 2 (25 נקודות)

נתבונן במשפחה בת N ילדים.

- א. תארי את מרחב המדגם (מבחינת מין הילדים) וחשבי את גודלו.
- ב. אם ידוע כי לפחות ילד אחד במשפחה הוא בן, מהי ההסתברות שכל הילדים בנים?
- ג. אם ידוע כי לפחות ילד אחד במשפחה הוא בן, מהי ההסתברות שהבכור הוא בן?

שאלה מס' 3 (25 נקודות)

מעגל חשמלי מכיל שש יחידות הפועלות ללא תלות בהסתברויות זהות השוות ל- p . מצא/י את ההסתברות שהמעגל כולו פועל.



ציור עבור שאלה מס' 3

שאלה מס' 4 (25 נקודות)

נתונה פונקציית צפיפות של משתנה מקרי רציף X :

$$f_X(x) = \begin{cases} ae^{-ax}, & 0 \leq x < 1 \\ ae^{-a}, & 1 \leq x \leq b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

עם פרמטרים a ו- b לא ידועים. בהנחה שהתוחלת $E[X] = \frac{2}{3a}$,

- חשבו/י את הפרמטרים a ו- b ושרטטו/י את פונקציית הצפיפות.
- חשבו/י את פונקציית ההתפלגות המצטברת $F_X(t)$ ושרטטו/י אותה.
- מצא/י את ההסתברות המותנית $P(0 \leq X \leq 2 \mid X > 1)$?

הערה: לידיעתך $\int_0^a dt t e^{-t} = 1 - (1+a)e^{-a}$

שאלה מס' 5 (25 נקודות)

נתון זרם אירועים פואסוני בו מתרחשים בממוצע λ אירועים ביחידת זמן. נגדיר את המשתנה המקרי הרציף $T_4 = \{\text{זמן המתנה עד התרחשותו של האירוע הרביעי}\}$.

- עבור $t \geq 0$, מהי ההסתברות $P(T_4 > t)$?
- מצא/י את פונקציית הצפיפות $f_{T_4}(t)$ של משתנה T_4 .

שאלה מס' 6 (25 נקודות)

חוקר בנה רווח סמך לתוחלת μ ברמת סמך של 95% על סמך מדגם של תצפיות נורמליות ורשם אותו בצורה הבאה: ("כתב לא ברור") $8.484 < \mu < 11$. והאומדן לשונות הוא $\hat{S}^2 = 2.5$, ענה/י על השאלות הבאות:

- מהו הגבול העליון (המסומן כ-"כתב לא ברור") של רווח סמך לתוחלת μ ?
- מה היה מספר התצפיות במדגם הנ"ל?

בהצלחה!